

СЕМЕНОВ А. Д., ВОЛКОВ А. В., СЕМЯХИНА Е. Д.

**ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ
НА ПРИМЕРЕ НАТРИЕВОЙ ЛАМПЫ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ**

Аннотация. Поставлена задача и разработан алгоритм нейросетевой параметрической идентификации нелинейных динамических моделей объектов с проведением на модели вычислительного эксперимента путем вариации идентифицируемых параметров, формированием на его основе обучающих выборок, последующим последовательным обучением двух нейронных сетей, осуществляющих биективное отображение параметров исходной модели в выходные переменные второй нейронной сети. Проведена оценка эффективности предложенного алгоритма на примере параметрической идентификации нелинейной модели натриевой лампы высокого давления.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, нелинейный объект, нейронные сети, биективное отображение.

VOLKOV A. V., SEMENOV A. D., SEMYAKHINA E. D.

**PARAMETRIC IDENTIFICATION OF NONLINEAR MODEL:
A STUDY OF HIGH-PRESSURE SODIUM LAMP**

Abstract. The problem was posed and an algorithm developed for neural network parametric identification of nonlinear dynamic models of objects with a computational experiment on the model by varying the identified parameters. The training samples were formed on its basis, followed by sequential training of two neural networks that bijectively map the parameters of the original model into the output variables of the second neural network. The efficiency of the proposed algorithm is estimated using the example of parametric identification of a nonlinear model of a high-pressure sodium lamp.

Keywords: parametric identification, nonlinear object, neural networks, bijective mapping.

Для идентификации нелинейных объектов разработано довольно много подходов и методов [1; 2]. Однако они не позволяют напрямую оценивать параметры нелинейной динамической модели.

Современные эвристические методы минимизации невязки расчетных и экспериментальных данных по параметрам модели [3] позволяют достаточно быстро получать результаты приемлемого качества, но не гарантируют нахождение однозначного решения идентификационной задачи.

Использование для этих целей нейронных сетей [4–7] показывает, что параметрическая идентификация в принципе возможна, но для нелинейных объектов

требуется «индивидуальный» подход в выборе типа, структуры, состава и алгоритма обучения сети, что в общем случае представляет собой достаточно сложную задачу. Ниже рассмотрен оригинальный метод параметрической идентификации, основанный на последовательном обучении нейронных сетей. Данный метод позволяет декомпозировать задачу идентификации и за счет этого сделать более технологичной процедуру идентификации.

1. Постановка задачи идентификации

Дана математическая модель динамического нелинейного объекта (системы):

$$F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}) = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ – векторы переменных состояния и их производные, \mathbf{y}, \mathbf{u} – векторы выходных и входных переменных; $\boldsymbol{\theta}$ – вектор параметров модели.

Заданы экспериментальные осциллограммы переменных системы (1)

$$\mathbf{x}_3 = \mathbf{x}(t); \mathbf{y}_3 = \mathbf{y}(t); \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}(t). \quad (2)$$

Используя модель динамического нелинейного объекта или системы (1) и экспериментальные данные (2) необходимо найти отображение

$$[\mathbf{x}_3, \mathbf{y}_3, \mathbf{u}_3] \Rightarrow \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3)$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ – оценка параметров модели, минимизирующая неувязку E_m параметров $\boldsymbol{\theta}$, взятых относительно их номинальных значений $\boldsymbol{\theta}_n$: $\boldsymbol{\theta}_o = \boldsymbol{\theta} / \boldsymbol{\theta}_n$

$$E_m = \min |\boldsymbol{\theta}_o - \hat{\boldsymbol{\theta}}_o| \quad (4)$$

2. Алгоритм параметрической идентификации

Предлагается следующий алгоритм получения отображения (3).

1. На математической модели (1) при варьировании параметров $\boldsymbol{\theta}$ проводится эксперимент (например, полнофакторный эксперимент 2^N , где N – размерность вектора $\boldsymbol{\theta}$), и формируется выборка параметров модели Θ и выборки с массивом входов \mathbf{P}_r и массивом выходов \mathbf{T}_r для построения имитационных моделей:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_r &= [\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{U}]; \\ \mathbf{T}_r &= \mathbf{Y}; \\ \mathbf{X} &= \mathbf{X}(t); \mathbf{Y} = \mathbf{Y}(t); \mathbf{U} = \mathbf{U}(t), \end{aligned} \quad (5)$$

2. где $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{U}$ – массивы расчётных данных, включающие все переменные модели, полученные в каждом из N опытов плана эксперимента.

3. На выборке $\mathbf{P}_r, \mathbf{T}_r$ осуществляется построение имитационной модели и формируется матрица ее параметров \mathbf{W}_r . В качестве имитационной модели используется нейронная сеть, у которой роль идентифицируемых параметров играют синаптические коэффициенты \mathbf{W}_r , хотя, в принципе, можно использовать любую динамическую модель.

4. Формируется новая обучающая выборка для обучения второй статической нейронной сети:

$$\begin{aligned} P_c &= W_k; \\ T_c &= \Theta, \end{aligned} \quad (6)$$

5. Проводится обучение второй статической сети, и вычисляется оценка вектора параметров $\hat{\theta}$ модели (1) в каждом из N экспериментов.

6. На вход полученной имитационной модели (первую обученную нейронную сеть) подаются экспериментальные осциллограммы (2), которые не участвовали обучающих экспериментах, и вычисляется вектор параметров имитационной модели (синаптические коэффициенты нейронной сети) w_r для текущего состояния объекта.

7. Полученные коэффициенты подаются на вход второй нейронной сети и вычисляется оценка вектора параметров модели для текущего состояния реального объекта $\hat{\theta}$.

Таким образом, осуществляется биективное отображение множества параметров первой нейронной сети W_k во множество параметров модели объекта Θ .

3. Формирование модели нелинейного объекта

В качестве примера рассмотрим параметрическую идентификацию натриевой лампы высокого давления типа ДНаЗ мощностью 600 Вт, функционирование которой описывается нелинейной динамической моделью.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{L} \left[U_s - \left(\frac{1}{x_2 x_3} + R \right) x_1 \right], \\ \frac{dx_2}{dt} &= A_l U_0^2 x_2^2 \frac{\left(\frac{x_1}{U_0 x_2 x_3} \right)^2 - 1}{1 + k_1 \left(\frac{|x_1|}{U_0 x_2 x_3} - 1 \right)}, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \left[k_2 + k_3 \left(\frac{|x_1|}{U_0 x_2 x_3} \right)^{k_4} \right] \left[1 + k_1 \left(\frac{|x_1|}{U_0 x_2 x_3} - 1 \right) - x_3 \right], \end{aligned} \right. \quad (7)$$

где x_1 – ток лампы; x_2 – приведенная проводимость лампы, учитывающая среднее значение концентрации электронов; x_3 – безразмерная величина, учитывающая подвижность электронов; L , R – соответственно индуктивность и активное сопротивление ограничивающего дросселя; U_s , U_0 – соответственно напряжение питающей сети и номинальное напряжение на лампе; A_l – коэффициент, определяемый конструкцией лампы; k_1 – k_4 – электрические коэффициенты, определяемые для конкретного типа лампы.

Параметры лампы приведены в табл.3, параметры дросселя $R=14$ Ом; $L=0,062$ Гн [8],

Решение уравнений (7) проводился в среде MATLAB. Расчётные и экспериментальные осциллограммы напряжения и тока лампы показаны на рисунке 1.

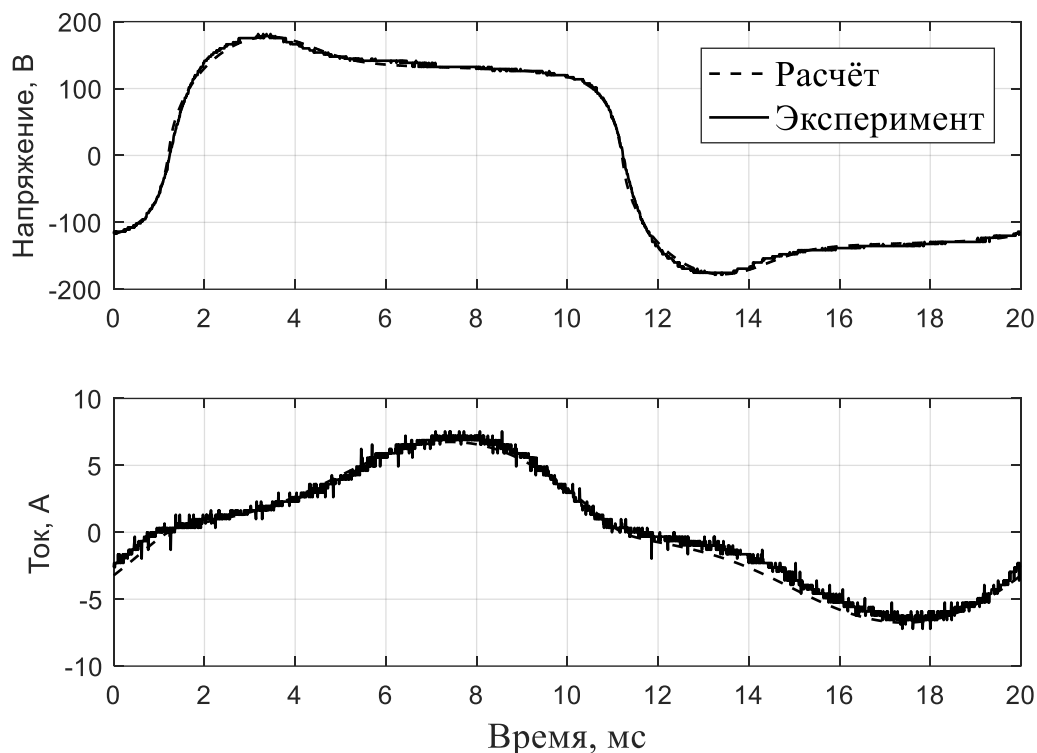


Рис. 1. Расчётные и экспериментальные осциллограммы напряжения и тока лампы.

Это подтверждает адекватное описание объекта системой уравнений (7). Поэтому для демонстрации эффективности предлагаемого метода нотификации используем в дальнейшем экспериментальные осциллограммы (2), полученные численным решением системы уравнений (7).

4. Параметрическая идентификация нелинейной модели объекта

Параметрическая идентификация осуществлялась в соответствии с предложенным алгоритмом:

1. Был проведен эксперимент, в ходе которого случайным образом в ограниченном диапазоне изменялись параметры модели (7) (таблица 1).

План эксперимента

№ опыта/ переменная	U_0	A_1	K_1	$K_2 \times 10^4$	$K_3 \times 10^4$	K_4
1	136,2374	5,5335	0,6680	1,5546	3,2885	1,5107
2	135,7986	5,5887	0,6029	1,6960	3,0672	1,5979
3	147,5063	5,5083	0,6133	1,5694	3,1564	1,5831
4	145,7572	5,5269	0,6423	1,7191	3,3771	1,5418
5	148,1105	5,5645	0,6376	1,5764	3,1713	1,5482
6	131,4503	5,5425	0,6313	1,5646	3,0715	1,5423
7	139,4691	5,5091	0,6266	1,5615	3,1124	1,5440
8	131,1343	5,5602	0,6387	1,8664	3,0005	1,5462
9	136,7500	5,5091	0,6576	1,7733	3,2186	1,5426
10	143,2692	5,5582	0,6541	1,8480	3,1059	1,5318

В каждом опыте проводилось численное решение системы (7), и по рассчитанным напряжению U_l и току I_l лампы формировалась обучающая выборка (5), которая в рассматриваемом примере имеет вид:

$$\begin{aligned} P_r &= [U_l, I_l]; \\ T_r &= I_l, \end{aligned} \quad (8)$$

где U_l, I_l – массивы осциллограмм токов и напряжений на лампе, полученных в результате решения системы (7) в каждом из опытов, задаваемых таблицей 1.

Вопрос: как обозначены U_l, I_l в системе уравнений (7)? (Ток – переменная x_1 , напряжение на лампе – переменная U_0).

2. Выборка (8) использовалась для обучения двухслойной нейронной сети прямой передачи с 2 нейронами в скрытом слое и с линейными функциями активации в каждом слое. Таким образом, первая нейронная сеть имеет 2 синаптические связи в скрытом слое, 1 – в выходном и 2 коэффициента сдвига. Обучение сети проводилось по методу Левенберга-Маркварта с регуляризацией по Байесу. Ошибка обучения в каждом опыте практически равнялась нулю. Максимальное значение ошибки не превышало значение 2×10^{-10} А.

3. Из полученных синаптических коэффициентов динамической нейронной формируется новая обучающая выборка для обучения второй статической нейронной сети. В таблице 2 приведены синаптические коэффициенты сети, полученные в результате обучения первой нейронной сети по данным таблицы 1 и последующего численного решения (7).

**Обучающая выборка статической нейронной сети
(синаптические коэффициенты динамической нейронной сети)**

№ опыта / коэф.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Экс.
iwI_1	0,1766	0,6514	0,4177	0,1359	–	0,0802	–	–	0,5468	–	–
	1,6867	–	–	1,7077	–	–	2,6223	–	0,7177	1,5596	1,0806
	0,0735	–	–	0,1276	–	0,2594	–	0,3422	1,3720	–	0,1374
	–	–	0,3008	–	0,0329	–	0,0777	–	0,5716	0,1266	0,2285
	0,3327	0,3907	0,8001	0,3238	–	0,5883	–	0,6251	–	–	–
	0,0716	–	0,3082	–	0,0953	–	0,0138	–	–	0,0153	0,6529
0,3149	0,7860	0,5773	–	0,5312	–	–	–	0,0006	0,4952	–	
			0,4153		0,0028	0,0305	0,0315				0,5880
iwI_1	–	0,1492	–	0,3497	–	0,1310	0,1631	0,1926	–	0,8928	–,0615
	0,1726	–	0,8230	–	0,2942	–	–	–	0,2865	–	–
	1,8399	1,7404	–	–	0,6604	0,4250	–	–	1,0078	0,3248	–
	–	–	0,4187	1,2906	–	–	0,4964	1,0430	–	–	1,3381
	0,0719	0,0189	0,4246	0,3284	–	0,4235	0,7739	–	–	0,0193	0,1297
	0,3252	–	–	–	0,3147	–	–	–	0,1854	0,7189	–
	0,0895	0,5926	0,8332	0,0473	–	–	0,3386	–	–	0,2156	
	–	–	–	0,1370	–	–	0,0445	0,1540	–	0,6162	
0,0699	0,1532	0,6072	0,0159	–	0,0406	0,1005	–	0,0224	–	–	
–	0,1800	–	–	0,7640	–	0,2226	0,0171	–	–	–	
0,3077	–	0,1375	1,0687	–	0,0046	–	–	0,0003	0,7217	0,5549	
Iw_2	0,7162	–	–	0,7157	–	0,8455	–	0,4559	0,4969	–	0,4002
	–	0,1006	0,3167	–	0,9204	–	0,8275	–	–	0,8803	–
	0,7329	0,4394	–	–	0,6400	–	–	0,8415	0,9483	–	0,4241
	–	–	0,6683	0,2781	–	0,5178	0,1132	–	–	0,6041	–
b_1	–	–	–	0,1046	–	0,7231	–	0,3004	0,3473	–	–
	0,0740	0,7109	0,5874	–	0,2845	–	0,8304	–	–	0,7435	0,3563
	0,7870	0,3743	–	0,7948	0,1287	0,4130	–	–	0,4390	–	–
	–	–	0,1682	–	–	–	0,4933	0,6826	–	0,7484	0,5076
b_2	0,3909	0,3720	–	–	0,7151	–	0,6461	0,9997	–	–	–
	–	–	0,8988	0,3189	–	0,2607	–	–	0,5413	0,1565	0,0727

4. Таблица 2 использовалась для обучения второй статической нейронной сети, в качестве которых была выбрана трехслойная сеть прямой передачи также с линейными функциями активации в каждом слое. Обучение сети также проводилось аналогично по

методу Левенберга-Маркварта с регуляризацией по Байесу. Относительные ошибки обучения в каждом опыте показаны на рисунке 2.

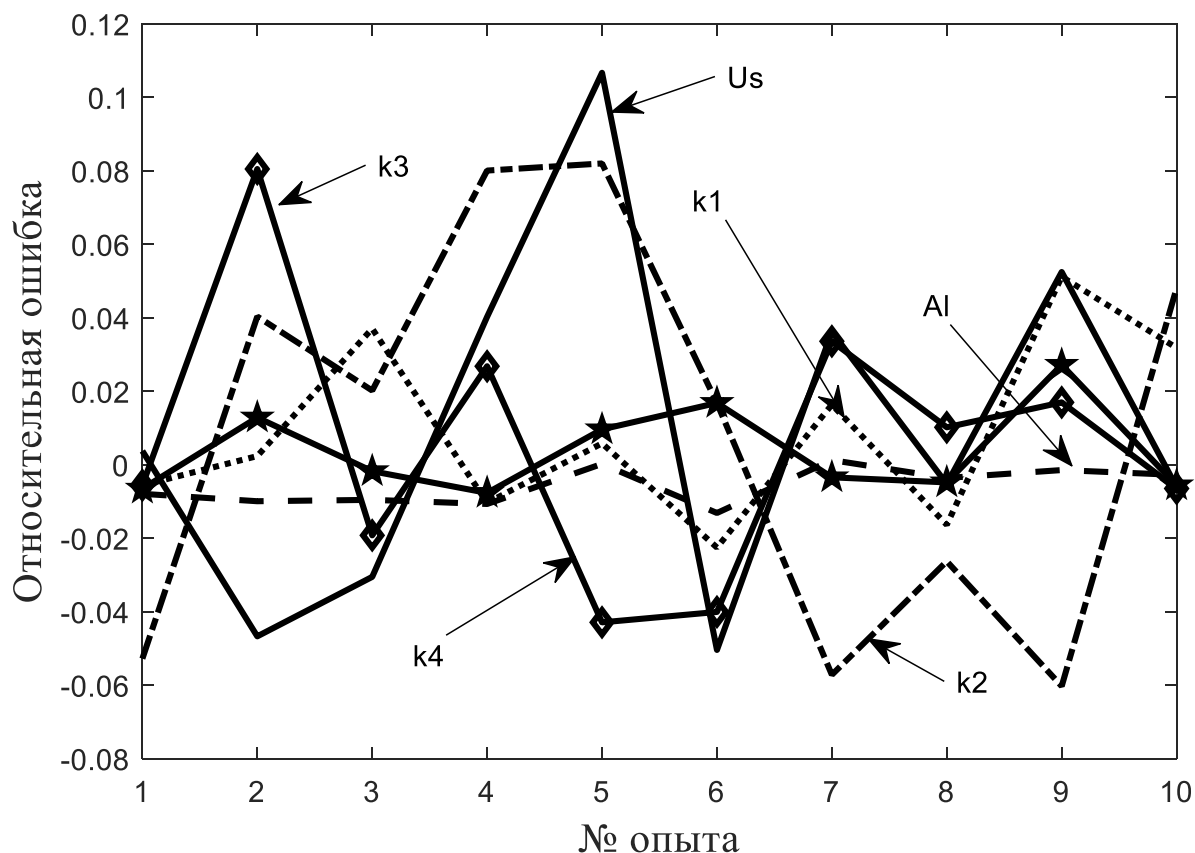


Рис. 2. Ошибки вычисления параметров аналитической модели (7), полученные после обучения.

5. На вход первой нейронной сети подвались экспериментальные значения тока и напряжения лампы и вычислялся вектор её параметров (последней столбец табл. 2).

Вычисленный вектор параметров первой нейронной сети подавался на вход обученной второй статической нейронной сети и вычислялась оценка вектора параметров модели реального объекта $\hat{\theta}$ (табл. 3).

Можно отметить хорошее совпадение расчётных данных модели (7) [9] с данными, полученными в результате идентификации, причём среднеквадратичное отклонение от экспериментальных значений тока и напряжения при идентификации даже меньше.

**Оценки параметров нелинейной модели,
полученные в результате идентификации**

Параметры	U_0	A_l	k_1	k_2	k_3	k_4	СКО Напряжени е	СКО Ток
Ед. изм.	В	1/Дж	-	1/с	1/с	-	В	А
Расчетные	127	5,5	0,6	$1,5 \times 10^4$	3×10^4	1,5	10.4401	0.697 5
Идентификац ия	126,72 4	5,483 5	0,539 4	$1,5907 \times 10^4$	$2,3676 \times 10^4$	1,420 3	4.3839	0.659 1

Выводы.

1. Поставлена задача параметрической идентификации нелинейных моделей объекта, заключающаяся в получении отображения экспериментальных данных объекта в параметры ее модели в её параметры с помощью нейронных сетей.

2. Разработан алгоритм параметрической идентификации, заключавшийся в проведении вычислительного эксперимента на заданной нелинейной модели, формирования по результатам эксперимента обучающих выборок, последовательного обучения нейронных сетей, и вычисления с помощью обученных сетей оценок параметров нелинейной модели по экспериментальным данным.

3. Предложена нейронная сеть, состоящая из комбинации двух нейронной сетей, в которой синаптические коэффициенты первой нейронной сети подаются на вход статической нейронной сети.

4. В такой сети отображение экспериментальных данных в параметры модели осуществляется последовательно: экспериментальные данные вначале отображаются в синаптические коэффициенты первой нейронной сетью, затем синаптические коэффициенты этой сети биективно отображаются в параметры второй статической нейронной сети, выходом которой являются параметры нелинейной модели.

5. Экспериментальная проверка предложенного метода нейросетевой параметрической идентификации на примере модели натриевой лампы высокого давления показала, что среднеквадратичное отклонение тока и напряжения от номинальных значений не превышает 4% для напряжения и 10% для тока.

6. Учитывая хорошую отображающую способность нейронных сетей, предложенный алгоритм и нейронную сеть можно рассматривать как универсальный метод идентификации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цибизова Т. Ю. Методы идентификации нелинейных систем управления // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2 (Ч. 14). – С. 3070–3074.
2. Пупков К. А. Капалин В. И., Ющенко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – М. : Наука, 1976. – 448 с.
3. Ходашинский И. А. Идентификация нечетких систем: методы и алгоритмы // Проблемы управления. – 2009. – № 9. – С. 15–23.
4. Бендерская Е. Н., Никитин К. В. Рекуррентная нейронная сеть как динамическая система и подходы к её обучению // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2013. – № 4 (176). – С. 29–39.
5. Schrauwen B., Verstraeten D., Campenhout J. V. An overview of reservoir computing theory, applications and implementations // Proc. of the 15th European Symp. on Artificial Neural Networks. – 2007. – P. 471–482.
6. Федоров М. М. Использование нейросетевых методов для решения задач идентификации объектов [Электронный ресурс] // Современные научные исследования и инновации. – 2013. – № 9. – Режим доступа: <http://web.snauka.ru/issues/2013/09/26285> (дата обращения: 23.03.2019).
7. Шумихин А. Г. Бояршинова А. С. Применение нейросетевых динамических моделей в задаче параметрической идентификации технологического объекта в составе системы управления // Вестник ПНИПУ. Химическая технология и биотехнология. – Пермь. – № 3. – 2015. – С. 21–38.
8. Харченко В. Ф., Ягуп В. Г., Якунин А. А. Разработка компьютерной модели для разрядной лампы высокого давления // Світлотехніка та електроенергетика. – 2013. – № 2. – С. 52–57.
9. Semenov A. D., Volkov A. V., Shchipakina N. I. Operational control algorithm of parameters of high-pressure sodium lamps based on a statistical time series model [Электронный ресурс] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – No. 971(3), 032084. – Режим доступа: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/971/3/032084> (дата обращения: 20.09.2021).