

**КУДАШКИНА Е.А.**

**ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ В ОБЛАСТИ ЭКОНОМИКИ  
ПО МОДЕЛИ СОЛОУ**

**Аннотация.** В статье рассматривается метод исследования экономического роста с помощью модели Солоу. Выявляются факторы, влияющие на непрерывный экономический рост в условиях устойчивой экономики. Определяются зависимости между темпами экономического роста и объемом инвестиций в основной капитал.

**Ключевые слова:** модель Солоу, капитал, труд, производство, потребление, инвестиции, темп роста.

**KUDASHKINA E.A.**

**ECONOMICS COMPLEX SYSTEMS: SOLOW MODEL-BASED STUDIES**

**Abstract.** The article considers the Solow model to study the economic growth phenomenon. In this connection, the author reveals the factors that have an impact on the continuous economic growth under the conditions of a sustainable economy. The author also studies the interdependence of economic growth rate and capital investment volume.

**Keywords:** Solow model, capital, labor, production, consumption, investment, growth rate.

Неоклассические модели экономического роста, к числу которых относится модель Солоу, строятся на базе производственной функции и основаны на предпосылках полной занятости, гибкости цен на всех рынках, а также полной взаимозаменяемости факторов производства. Попытки исследовать, в какой степени качество факторов производства и различные пропорции в их сочетании воздействуют на экономический рост, привели к созданию модели производственной функции Кобба-Дугласа [1].

Функция Кобба-Дугласа получена в результате математического преобразования простейшей производственной функции  $Y = F(K, L)$  в такую модель, которая показывает, какой долей совокупного продукта вознаграждается участвующий в его создании фактор производства. Макроэкономическое равенство  $I = S$ , инвестиции равны сбережениям, лежит в основе механизма экономического роста одной из неоклассических моделей, которая базируется на производственной функции Кобба-Дугласа. Она называется моделью роста Солоу, по имени американского экономиста, лауреата Нобелевской премии Роберта Солоу [7]. Целями исследования по модели Солоу являются: достижение высоких и стабильных темпов роста, нахождение максимального объема потребления, влияние экономического роста на увеличение населения и внедрение новых технологий.

Разделив функцию  $Y = F(K, L)$  на количество труда  $L$ , мы получим производственную функцию для одного человека  $y = f(k)$ , где  $k = K/L$  – уровень капиталовооруженности единицы труда,  $y = Y/L$  – выпуск продукции в расчете на одного человека, или производительность труда ( $f(k) = F(k, 1)$ ).

Такая единичная производственная функция  $y = f(k)$  изображена на рисунке 1.

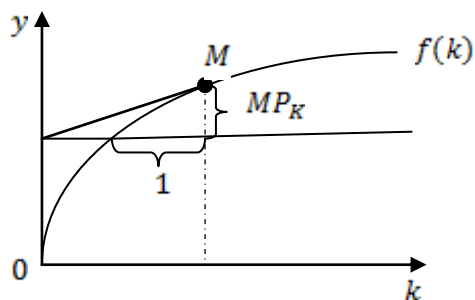


Рис. 1. Производственная функция.

В данной функции предельная производительность капитала  $MP_K$  измеряется постоянно меняющимся углом наклона кривой  $y = f(k)$  и показывает прирост выпуска, если капиталовооруженность работника возрастет на единицу, т.е.  $MP_K = f(k + 1) - f(k)$ .

Совокупный спрос в модели Солоу определяется инвестиционным и потребительским спросом. Уравнение выпуска продукции на одного работника имеет вид:  $y = c + i$ , где  $c$  и  $i$  – потребление и инвестиции.

Доход делится между потреблением и сбережениями в соответствии с нормой сбережения, так что потребление можно представить как  $c = (1 - s)y$ , где  $s$  – норма сбережения (накопления). Тогда  $y = c + i = (1 - s)y + i$ , откуда  $i = sy$ . В условиях равновесия инвестиции равны сбережениям и пропорциональны доходу. В результате условие равенства спроса и предложения может быть представлено как:

$$f(k) = c + i \text{ или } f(k) = i / s.$$

Производственная функция определяет предложение на рынке товаров, а накопление капитала – спрос на производственную продукцию. Объем же капитала меняется под воздействием инвестиции выбытия. Инвестиции в расчете на одного работника являются частью дохода, приходящегося на одного работника ( $i = sy$ ) или  $i = s * f(k)$ . Из этого следует, что, чем выше уровень капиталовооруженности  $k$ , тем выше уровень производства  $f(k)$  и больше инвестиции  $i$ .

В модели Р. Солоу норма сбережений – ключевой фактор, определяющий уровень устойчивости капиталовооруженности. Более высокая норма сбережений обеспечивает больший запас капитала и более высокий уровень производства [4].

Проведем исследование экономического роста промышленности Республики Мордовия по модели Солоу.

**Таблица 1.** Статистические данные показателей экономического роста промышленности Республики Мордовия за 2007, 2008 годы.

Показатели	Условные обозначения	Базовый период 2007 г.	2008 г.
Объем продукции, тыс. руб.	$Y_t$	8960513	13840763
Расходы на потребление, тыс. руб.	$C_t$	7168410	10380572
Сбережения, тыс. руб.	$S_t$	1792103	3460191
Производственный персонал, чел.	$L_t$	86355	87723
Основные производственные фонды, тыс. руб.	$K_t$	16541000	18813000
Амортизация, тыс. руб.	$A_t$	303069	385022

Объем произведенной продукции промышленности Республики Мордовия в году  $t$  по модели Солоу определяется с помощью производственной функции Кобба-Дугласа при  $A = 2,0153, \alpha = 0,75, \beta = 0,25$ , т.е:

$$Y_t = 2,0153 \cdot K_t^{0,75} \cdot L_t^{0,25}.$$

При исследовании экономического роста промышленности Республики Мордовия за базовый период возьмем 2007 год. Тогда из таблицы 1 видно, что на исследуемый момент численность производственного персонала  $L_0 = 86355$  человек и объем производственных фондов  $K_0 = 16541000$  тысячи рублей, тогда базовое значение объема продукции равно:

$$Y_0 = 2,0153 \cdot 16541000^{0,75} \cdot 86355^{0,25} = 8960513 \text{ тыс.руб.}$$

Пользуясь таблицей 1, найдем норму сбережения  $s$  и норму амортизации  $d$  в базовом 2007 году:

$$s = \frac{S_0}{Y_0} = \frac{1792103}{8960513} = 0,2, d = \frac{A_0}{K_0} = \frac{303069}{16541000} = 0,018.$$

Показатель темпа роста производственного персонала  $n$  вычисляется исходя из уравнения динамики трудовых ресурсов модели Солоу:  $\frac{L_t - L_{t-1}}{L_{t-1}} = n$ . В нашем случае

$$n = \frac{87650 - 86355}{86355} = 0,015.$$

Вычислим остальные показатели:

$$y_0 = \frac{Y_0}{L_0} = \frac{8960513}{86355} = 103,76, k_0 = \frac{K_0}{L_0} = \frac{16541000}{86355} = 191,5 \text{ тыс. руб.},$$

$$q_0 = \frac{Y_0}{K_0} = \frac{8960513}{16541000} = 0,542, c_0 = (1 - s)y_0 = 0,8 \cdot 103,76 = 83,01 \text{ тыс. руб.}$$

Проверим выполнение условия равновесного роста:

$$s \cdot y_0 = 0,2 \cdot 103,76 = 20,75 \text{ тыс. руб.}, (n + d)k_0 = 0,033 \cdot 191,5 = 6,32 \text{ тыс. руб.},$$

$$s \cdot y_0 > (n + d)k_0.$$

В такой ситуации равновесный рост невозможен, так как объем сбережений (20,75 тыс. руб.) превышает объем инвестиций (6,32 тыс. руб.), необходимый для оснащения используемого труда на уровне  $k_0 = 191,5$  тыс. руб., что свидетельствует об избытке предложения капитала, и его цена снизится. В данном случае для обеспечения равенства  $s \cdot y_0 = (n + d)k_0$  нужно повысить капиталовооруженность труда.

Для равновесного роста промышленности Республики Мордовия необходимо, чтобы в 2008 году объем основных производственных фондов возрос на  $0,2 \cdot 8960513 = 1792103$  тыс. руб., т.е.  $K_1 = 18333103$  тыс. руб. Принимая во внимание, что в 2008 году численность производственного персонала возрастает до  $L_1 = (1 + 0,015)L_0 = 1,015 \cdot 86355 = 87650$  человек, вычислим в этом году значение объема продукции:

$$Y_1 = 2,0153 \cdot K_1^{0,75} \cdot L_1^{0,25} = 2,0153 \cdot 18333103^{0,75} \cdot 87650^{0,25} = \\ = 9715274,3 \text{ тыс. руб.}$$

Вычислим остальные показатели за 2008 год:

$$y_1 = \frac{Y_1}{L_1} = \frac{9715274,3}{87650} = 110,84 \text{ тыс. руб.}, k_1 = \frac{K_1}{L_1} = \frac{18333103}{87650} = 209,16 \text{ тыс. руб.},$$

$$q_1 = \frac{Y_1}{K_1} = \frac{9715274,3}{18333103} = 0,53, c_1 = (1 - s)y_1 = 0,8 \cdot 110,84 = 88,67 \text{ тыс. руб.}$$

Темп роста основных фондов, равный  $\frac{K_1 - K_0}{K_0} = \frac{18333103 - 16541000}{16541000} = 0,1083$ , превышает темп роста объема продукции, равный  $\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = \frac{9715274,3 - 8960513}{8960513} = 0,0842$ , и условие равновесного роста не выполняется.

Для обеспечения равенства  $s \cdot y_t = (n + d)k_t$  требуется дальнейшее повышение капиталовооруженности труда. Так будет продолжаться до достижения равенства  $0,2 \cdot y_t = 0,033 \cdot k_t$ , т.е. до достижения устойчивого уровня капиталовооруженности  $k^* = 22254,8$  тыс. руб. и максимального уровня потребления на одного работника  $c^* = 2937,6$  тыс. руб.

Сравним основные количественные показатели, полученные при исследовании экономического роста промышленности Республики Мордовия по модели Солоу за 2008 год, с реальными количественными показателями промышленности Республики Мордовия из таблицы 1 за 2008 год, используя таблицу 2.

Таблица 2. Сравнение показателей, полученных при исследовании экономического роста промышленности Республики Мордовия по модели Солоу

Показатели	Из таблицы (2008 г.)	По модели Солоу (2008 г.)
Объем продукции, тыс. руб.	13840763	9715274,3
Производственный персонал, чел.	87723	87650
Основные производственные фонды, тыс. руб.	18813000	18333103

Различия объясняются тем, что в модели Солоу норма сбережения, норма амортизации и показатель темпа роста трудовых ресурсов являются постоянными величинами на рассматриваемом количестве периодов, а в действительности они изменяются. Модель не включает также целый ряд ограничений роста, существенных в современных условиях, - ресурсных, экологических, социальных. В модели не отражены возможности повышения эффективности производства, технического прогресса. Используемая в модели функция Кобба-Дугласа, описывая лишь определенный тип взаимодействия факторов производства, не всегда отражает реальную ситуацию в экономике.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Агапова Т.А., Серегина С.Ф. Макроэкономика. – М.: Дело и сервис, 1997. – 376 с.
2. Острейковский В.А. Теория систем. – М.: Высшая школа, 1997. – 240 с.
3. Петров А.А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1996. – 251 с.
4. Самарский А.А., Михайлов А.П. Компьютеры и жизнь. – М., Педагогика, 1987. – 545с.
5. Самарский А.А. Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. - М., 2001. – 342с.
6. Советов Б.Я. Моделирование систем. – М.: Высшая школа, 2001. – 275с.
7. Форрестер Д. Мировая динамика. – М.: АСТ, 2003. – 379с.