

**ВОЛКОВ А. В., МИГАЧЕВА Е. М.**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСКОНТАКТНОЙ  
ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ОТ КОНТАКТНОЙ СЕТИ ПОСТОЯННОГО ТОКА РЖД**

**Аннотация.** В данной статье представлено описание и математическое моделирование передачи наведенного напряжения от контактной сети постоянного тока. Описана возможность передачи энергии бесконтактным способом через воздушный трансформатор. В результате моделирования получена форма напряжения на вторичной обмотке трансформатора, а также форма выпрямленного напряжения возможная со вторичной обмотки трансформатора. Такое решение можно использовать для систем освещения железнодорожных платформ.

**Ключевые слова:** методика моделирования, передача энергии, воздушный трансформатор, контактная сеть.

**VOLKOV A. V., MIGACHEVA E. M.**

**MATHEMATICAL MODELING OF NON-CONTACT POWER TRANSMISSION FROM  
THE DIRECT CURRENT CONTACT NETWORK OF RUSSIAN RAILWAYS**

**Abstract.** This article provides a description and mathematical modeling of the transmission of induced voltage from a direct current contact network. The possibility of transmitting energy in a non-contact manner through an air transformer is described. As a result of the simulation, the shape of the voltage on the secondary winding of the transformer, as well as the shape of the rectified voltage possible from the secondary winding of the transformer, were obtained. This solution can be used for lighting systems of railway platforms.

**Keywords:** modeling technique, energy transmission, air transformer, contact network.

Сегодня перед техническими специалистами нашей страны стоит задача по созданию инновационного российского высокоскоростного, а главное – экологичного транспорта. Энергия, потребляемая железнодорожным транспортом, расходуется на обеспечение тяги поездов и питания не тяговых потребителей: станций, депо, мастерских, устройств регулирования движения поездов.

Реализация мер по реформированию российских железных дорог была начата Правительством Российской Федерации в 1998 г. Однако, несмотря на успехи структурной реформы железнодорожного транспорта в Российской Федерации, ее мероприятия и результаты оказались недостаточны для того, чтобы в короткие сроки создать эффективные источники развития, позволяющие обеспечить масштабное привлечение средств в развитие

отрасли и ее модернизацию, сформировать условия для ее долговременного устойчивого роста и повышения конкурентоспособности на мировом рынке. Российские железные дороги не всегда оказываются способны адекватно и гибко реагировать на внешние вызовы, в результате чего потенциальные возможности для получения экономической выгоды могут обращаться в источник проблем.

Стремительное развитие рынка систем накопления энергии (СНЭ) обусловлено распространением переменных (ветер, солнце, иные виды) возобновляемых источников энергии (ВИЭ), эволюцией и падением стоимости технологий и оборудования, в частности литий-ионных батарей. Основная причина роста – масштабное развитие ВИЭ и электротранспорта, напрямую или косвенно использующих накопители.

Несмотря на то что развитие ВИЭ в России даже в среднесрочной перспективе не станет настолько масштабным, чтобы создать серьезный спрос на СНЭ на основе ВИЭ, таковые будут востребованы в составе объектов распределенной энергетики, особенно в изолированных энергосистемах; для установки у потребителей с целью оптимизации затрат на энергоснабжение; для применения СНЭ как элемента электросетевой инфраструктуры с целью обеспечения надежности поставок электрической энергии и отсрочки инвестиций в модернизацию и новое сетевое строительство.

Анализ траекторий развития технологий позволяет сделать вывод, что технологиями, готовыми в ближайшее время к широкому применению, станут те, которые позволяют преобразовать или накопить электроэнергию, полученную путём применения ВИЭ или энергию, полученную путём генерации или рекуперации не израсходованной энергии.

Наиболее интересным решением с минимальным значением уровнем затрат на разработку и реализацию является использование наведенного напряжения контактной сети РЖД в момент следования электроподвижного состава. Использование такой энергии возможно для систем СНЭ или для устройств освещения или других систем обеспечения или поддержания функционирования инфраструктуры РЖД. Рассматриваемая ниже математическая модель, может использоваться для проверки возможности применения полученной наведённой электроэнергии для освещения пассажирских платформ.

Как известно из литературы [1] наведенное напряжение возникает на выведенной в ремонт и обесточенной воздушной линии электропередач, вследствие влияния на нее электромагнитного поля расположенной в непосредственной близости работающей электроустановки или другой линии электропередач, которая находится под напряжением.

Величина наведённого значения ЭДС на проводнике, подверженном влиянию наведенного поля определяется исходя из следующего выражения:

$$E = M \cdot L \cdot I, \quad (1)$$

где:  $M$  – коэффициент индуктивного влияния (определяется по справочным материалам);  $L$  – длина, при которой проводники расположены параллельно;  $I$  – максимально возможный ток протекающей во влияющем проводнике или электроустановки.

Также можно рассчитать разность потенциалов между проводником, наводящим напряжения относительно земли. В формуле (2) применяется уже полученное значение ЭДС рассчитанное по формуле (1):

$$U = \frac{E}{2} + E \cdot \frac{x}{l}, \quad (2)$$

где:  $U$  – разность потенциалов;  $E$  – значение ЭДС;  $x$  – расстояние от точки расположения провода до «земли»;  $l$  – длина, на которой проводники расположены параллельно.

Передача энергии осуществляется посредством процесса, известного как взаимная индукция. Если представить, что проводник с током расположен параллельно проводнику контактной сети, то значение наведённого напряжения, определённого по формуле (1), можно будет использовать для последующей трансформации.

Если отказаться от замкнутого магнитопровода, то электродинамическое индукционное взаимодействие двух обмоток сохранится. При этом КПД передачи энергии от первичной обмотки ко вторичной будет ниже. Уменьшение КПД не критично, так как количество получаемой и накапливаемой энергии будет достаточным для решения поставленных задач освещения.

Бесконтактная передача энергии через воздушный трансформатор имеет ряд преимуществ по сравнению с проводной передачей электроэнергии. Во-первых, она исключает необходимость наличия сердечника, что упрощает систему передачи и уменьшает риск повреждений и потери энергии на протяжении пути передачи. Во-вторых, она позволяет передавать энергию на большие расстояния без необходимости в промежуточных станциях или повышения напряжения для снижения потерь. В-третьих, она не требует прямого физического контакта с передающей и принимающей сторонами, что делает ее более безопасной и эффективной для передачи энергии на большие высоты или в другие труднодоступные места.

Обычно воздушные трансформаторы используются для преобразования напряжения или для изоляции цепей. Значительное расстояние между обмотками и использование межобмоточных изоляторов помогают предотвратить пробой между обмотками воздушного

трансформатора. Это особенно важно при работе на высоких уровнях напряжения, чтобы избежать попадания электрического разряда от первичной к вторичной обмотке или наоборот, что может привести к повреждению трансформатора.

Модель воздушного трансформатора может быть представлена уравнениями (3, 4), представленными ниже:

$$V_1 = -L_1 * \frac{dI_1}{dt}; \quad (3)$$

$$V_2 = -L_2 * \frac{dI_2}{dt}, \quad (4)$$

где:  $V_1$  и  $V_2$  — напряжения на первичной и вторичной обмотках соответственно,  $I_1$  и  $I_2$  — токи в первичной и вторичной обмотках соответственно,  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности первичной и вторичной обмоток.

*Модель источника и нагрузки.* Связь между передающей и получающей сторонами: отношение напряжений и токов между первичной и вторичной обмотками через коэффициент взаимной индукции  $k$ :

$$V_{\text{нагр}} = k * V_{\text{ист}}; \quad (5)$$

$$I_{\text{нагр}} = \frac{1}{k * I_{\text{ист}}}. \quad (6)$$

*Учет потерь.* В реальных системах бесконтактной передачи энергии могут возникать потери, например, из-за сопротивления проводников, эффектов рассеяния и других факторов. Потери могут быть учтены в виде мощности потерь.

Эффективность передачи энергии может быть оценена как отношение мощности на нагрузке к мощности источника, учитывая потери:

$$\eta = \frac{P_{\text{нагр}}}{P_{\text{ист}}}. \quad (7)$$

Это общая структура математической модели для бесконтактной передачи энергии методом наведенного напряжения с использованием воздушного трансформатора. Реальные модели могут быть более сложными и учитывать дополнительные параметры, такие как расстояние между обмотками, частота переменного тока и другие факторы.

Одним из основных уравнений, описывающих взаимную индукцию воздушного трансформатора, является формула Лоренца:

$$e_2 = -n_2 * \frac{d\phi_1}{dt}, \quad (8)$$

где:  $e_2$  — ЭДС, индуцированная во вторичной обмотке,  $n_2$  — число витков во вторичной обмотке,  $\phi_1$  — магнитный поток, создаваемый током в первичной обмотке,  $t$  — время.

Также можно использовать формулу (9) для расчета взаимной индукции:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad (9)$$

где:  $M$  — взаимная индукция между обмотками,  $k$  — коэффициент связи между обмотками (от 0 до 1),  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности первичной и вторичной обмоток соответственно.

Коэффициент связи  $k$  может быть рассчитан по формуле:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (10)$$

Взаимная индукция между первичной и вторичной обмотками воздушного трансформатора влияет на передачу энергии от первичной к вторичной обмотке и определяет эффективность работы трансформатора.

В основе разрабатываемой модели лежит закон Био-Савара-Лапласа, который описывает магнитное поле, создаваемое током, и гласит, что интенсивность магнитного поля, создаваемого прямолинейным проводником с постоянным током, прямо пропорциональна силе тока и обратно пропорциональна расстоянию до проводника [3].

Математически закон Био-Савара-Лапласа может быть записан следующим образом:

где:  $dB$  — интенсивность магнитного поля,  $I$  — сила тока,  $dl$  — элемент длины проводника,  $r$  — расстояние от элемента длины до точки, в которой измеряется интенсивность магнитного поля,  $\theta$  — угол между элементом длины и линией, соединяющей элемент длины и точку, в которой измеряется интенсивность магнитного поля,  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

Величину ЭДС одного витка можно рассчитать по выражению (9) и выбрать полное поперечное сечение проводника (10).

$$E'_B = 4,44 f B_{max} Q_{cm}$$

где:  $f$  — частота сети, Гц,  $B_{max}$  — предварительное значение магнитной индукции в стержне, Тл,  $Q_{cm}$  — полное поперечное сечение стержня, м<sup>2</sup>.

$Q_{cm}$  определяется по формуле (13):

$$Q_{cm} = \frac{Q_{cm.расч}}{k_{сн}}$$

После того, как были определены основные соотношения, проводилось математическое моделирование в среде MatLab Simulink. Результаты моделирования наведённого напряжения на вторичной обмотке трансформатора представлены на рисунке 1.

Математическое моделирование процесса передачи энергии в контактной сети может быть основано на уравнениях электромагнитной теории. Одной из основных моделей является модель передачи электрической энергии в линии передачи. Эта модель учитывает

электрические параметры сети, такие как сопротивление проводов, индуктивность и ёмкость. Она также учитывает динамические эффекты, такие как электромагнитные поля и изменение напряжения и тока во времени.

Система дифференциальных уравнений [4], описывающая изменение напряжения и тока во времени, может быть записана следующим образом:

$$\frac{dV}{dt} = -\left(\frac{1}{C}\right) * I ; \quad (14)$$

$$\frac{dI}{dt} = \left(\frac{1}{L}\right) * V - \left(\frac{R}{L}\right) * I, \quad (15)$$

где:  $V$  — напряжение в цепи (Вольты),  $I$  — ток в цепи (Амперы),  $t$  — время (секунды),  $C$  — ёмкость (Фарады),  $L$  — индуктивность (Генри) и  $R$  — сопротивление (Омы).

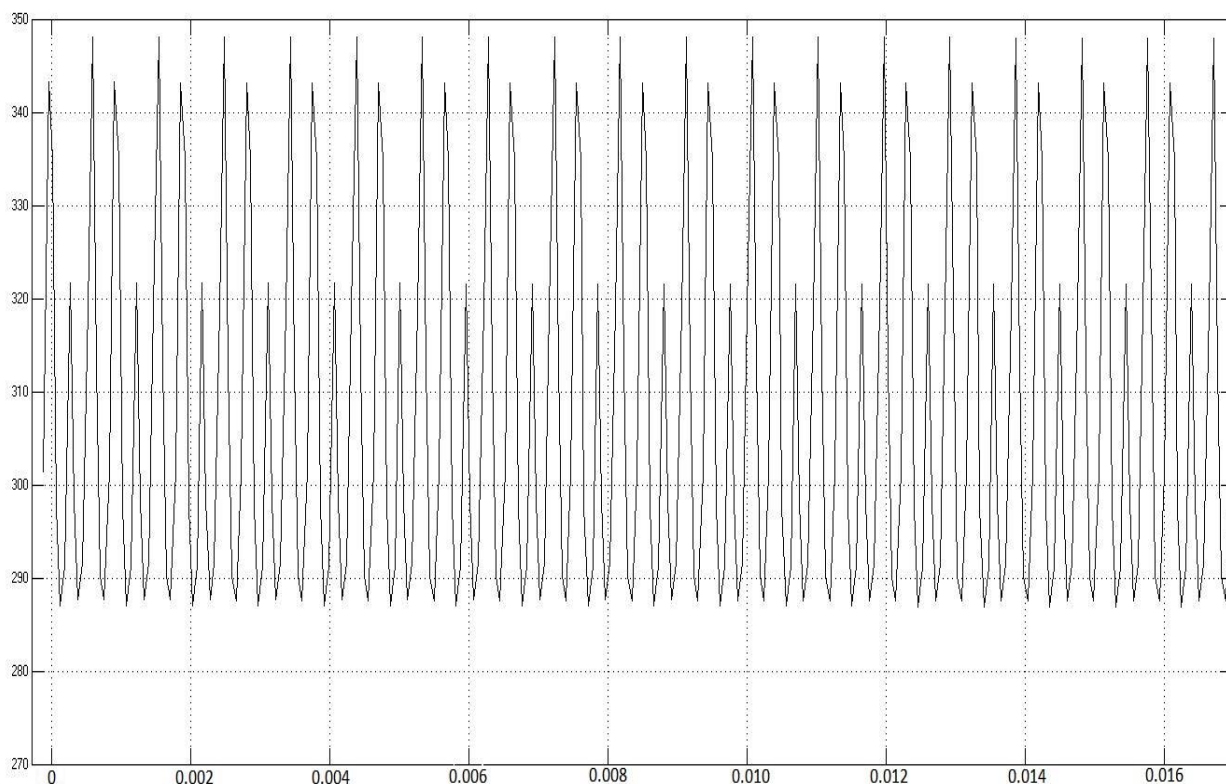


Рис. 1. Результаты моделирования наведённого напряжения на вторичной обмотке трансформатора.

На рисунке 2 представлено напряжение на выходе трансформатора после выпрямления и последующего сглаживания. Полученное выпрямленное напряжение можно использовать для подключения различного рода преобразователей.

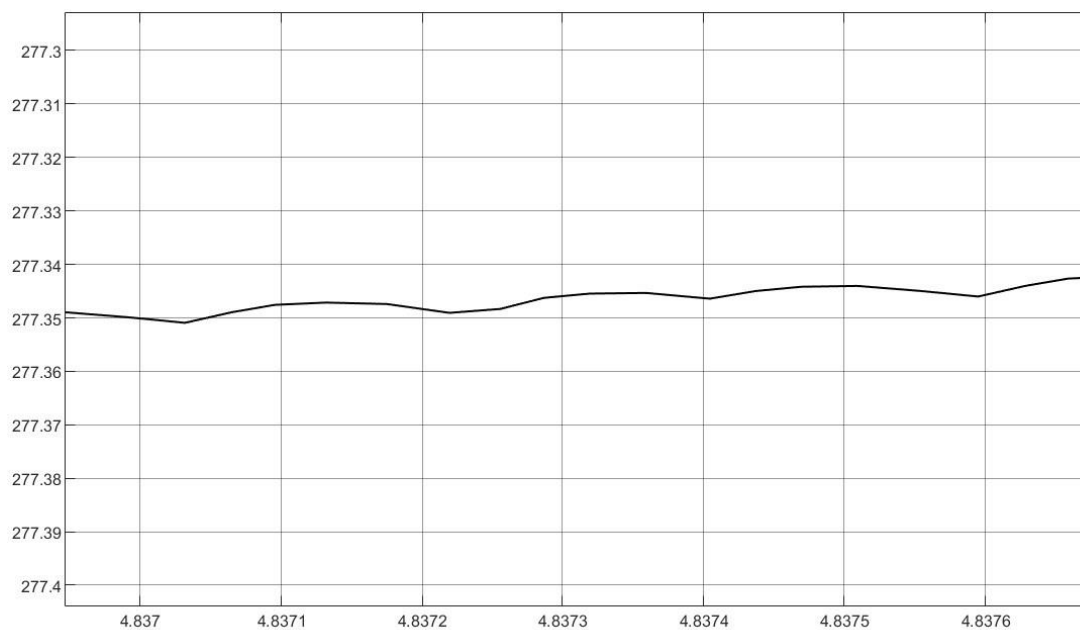


Рис. 2. Результаты моделирования выпрямленного и сглаженного напряжения.

Таким образом бесконтактная передача энергии имеет свои ограничения и потери. Энергия, передаваемая через воздух, может испытывать потери из-за различных факторов, включая дальность передачи, электромагнитные помехи и ограничения мощности передачи. Потери энергии также могут возникать из-за несовершенства самого трансформатора, включая контактные потери и тепловые потери. Более того, бесконтактная передача энергии может быть более дорогостоящей по сравнению с проводной передачей электроэнергии, особенно при больших масштабах и необходимости в специальном оборудовании.

Использование моделей передачи электрической энергии позволяет эффективно планировать и управлять энергетическими системами, обеспечивая надежную и стабильную передачу электрической энергии от источника к потребителю.

Проведенное моделирование позволило выделить несколько ключевых моментов.

Во-первых, методика моделирования позволяет оценить эффективность и надежность бесконтактной передачи энергии. Она основывается на определении оптимальных параметров системы и других аспектов необходимых для учета погрешностей при расчете математической модели такого способа передачи энергии

Во-вторых, проведенные исследования показывают, что бесконтактная передача при использовании воздушного трансформатора эффективна, несмотря на то, что КПД подобной системы не превышает 80%. Тем не менее этот недостаток окупается за счёт количества получаемой и накапливаемой энергии, которой достаточно для решения поставленных задач освещения.

В-третьих, исследования указывают на возможность применения, а также разработки новых, более эффективных технологий. Это может привести к созданию экологически чистых и устойчивых систем передачи энергии, которые смогут удовлетворить потребности современного общества.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коротеев В. И., Рыжков В. М. Инженерные основы электротехники: учебно-методическое пособие. – М.: НИЯУ МИФИ, 2020. – 256 с.
2. Юдаев И. В. История развития электроэнергетики, электротехнологий и электрооборудования: учебник. – Самара: СамГАУ, 2021. – 462 с.
3. Федин В. Т. Инновационные технические решения в системах передачи электроэнергии: монография. – Минск: БНТУ, 2012. – 222 с.
4. Лозовский В. Н. Курс физики: учебник: в 2 т.: т. 1. – 6-е изд., испр. и доп. – СПб.: Лань, 2022. – 576 с.