

ЛАЗАРЕВ А. Л., КИСЕЛЕВ А. Н., ШОРИН М. А., КАКУРИН И. Р.
ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-
ГРАДИЕНТНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Аннотация. Изложены основные принципы метода расчета функционально-градиентных композиционных материалов. Приведен пример прогнозирования свойств крупнопористого пропитанного эпоксидным композитом цементного композита, выполненного методом расчета функционально-градиентных материалов.

Ключевые слова: прогнозирование свойств, расчет, функционально-градиентные композиционные материалы.

LAZAREV A. L., KISELYOV A. N., SHORIN M. A., KAKURIN I. R.
PRACTICAL APPLICATION OF METHODS OF DESIGNING ELEMENTS
BASED ON FUNCTIONALLY GRADIENT COMPOSITE MATERIALS

Abstract. The article considers the basic principles of calculation of functionally gradient composite materials. Particularly, the study deals with forecasting the properties of porous impregnated epoxy composite cement composite made by the method of calculation of functionally gradient materials.

Keywords: forecasting properties, calculation, functionally gradient composite materials.

Практическое рассмотрение материалов как функционально-градиентных дает широкие возможности проектирования распределения характеристик в соответствии с их функциональным назначением. Конструирование структуры в соответствии с широким спектром воздействий на слои элемента в процессе эксплуатации дает рациональное и эффективное использование возможностей материала.

В ряде работ даны решения задач плоского напряженного состояния для тел с известной неоднородностью упругих свойств, в том числе при наличии анизотропии [1; 2; 3]. Интересно рассмотрение обратной задачи, состоящей в определении упругих параметров, необходимых для реализации желательного распределения напряжений. При этом мы ограничимся неоднородными изотропными телами, поскольку, двух упругих параметров таких тел достаточно для достижения цели.

Для напряжений, заданных в условиях удовлетворяющих уравнениям равновесия, уравнение неразрывности деформации, с учетом преобразований, принимает вид дифференциального с частными производными

$$(\sigma_y - \nu\sigma_x) \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - 2(1 + \nu)\tau_{xy} \frac{\partial^2 a}{\partial x \partial y} + (\sigma_x - \nu\sigma_y) \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial(\sigma_x - \sigma_y)}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial x} + 2 \frac{\partial(\sigma_x - \sigma_y)}{\partial y} \frac{\partial a}{\partial y} + a \nabla^2 ((\sigma_x - \sigma_y)) = 0,$$

где $a = a(x, y)$ – коэффициент деформации (коэффициент податливости), являющийся функцией координат. Он представляет собой величину, обратную модулю упругости $E = E(x, y)$, т. е.

$$a = \frac{1}{E},$$

а коэффициент поперечных деформаций ν будем полагать не зависящим от координат.

Решение этого уравнения даст функциональную зависимость коэффициента деформации, a , следовательно, и модуля упругости от координат, при которой осуществимо заданное напряженное состояние.

Решения данной задачи для случая простого изгиба консольного прямоугольного элемента единичной толщины (рисунок 1)

$$\sigma_x = kxf(\eta); \sigma_y = 0,$$

где k – некоторый коэффициент пропорциональности; x – расстояние от конца консоли (места приложения силы Q) до рассматриваемого поперечного сечения пластинки; $f(\eta)$ – функция, характеризующая распределение напряжений σ_x по высоте сечения (одинаковая для всех сечений); $\eta = y/b$.

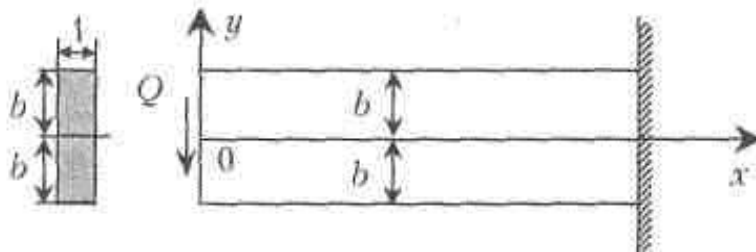


Рис. 1. Расчетная схема консольной пластинки строится на предположении распределения напряжений.

Функция распределения нормальных напряжений σ_x должна удовлетворять также следующему условию:

$$\int_{-b}^b \sigma_x y dy = M,$$

где $M = Qx$ – изгибающий момент в сечении.

Исходя из конструктивно-технологических соображений установим, что $a = a(y)$, $\nu = const$, т. е. упругие свойства вдоль оси x неизменны. При этих условиях уравнение неразрывности деформаций, становясь обыкновенным дифференциальным, принимает вид

$$f(\eta) \frac{d^2 a}{d\eta^2} - 2 \frac{df(\eta)}{d\eta} \cdot \frac{da}{d\eta} + a \frac{d^2 f(\eta)}{d\eta^2} = 0$$

или

$$\frac{d^2}{d\eta^2} [af(\eta)] = 0$$

Решение этого уравнения выражается формулой

$$af(\eta) = C_1\eta + C_2$$

Условия задания функции $f(\eta)$ таковы, что при $\eta=0$ $f(\eta)=0$. Поэтому $C_2=0$ и $a = C_1 \frac{\eta}{f(\eta)}$ или если $C=1/C_1$, то

$$E = C \frac{f(\eta)}{\eta}$$

Отношение модуля упругости $E=E(\eta)$ волокна, имеющего безразмерную ординату $\eta=y/b$ к модулю упругости E_0 осевого волокна, определится, соответственно, следующим образом:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{f(\eta)}{\eta} \cdot \left[\frac{\eta}{f(\eta)} \right]_{\eta=0}$$

Таким образом, все решение определяется заданием характера статически возможных напряжений σ_x , т.е. функции $f(\eta)$. Полученный расчетом закон распределения модуля упругости E по сечению образца может быть реализован различными, например технологическими, способами (таблица 1) [4].

С целью изучения реализации принципов получения функционально-градиентных материалов была исследована работа и распределение свойств по высоте поперечного сечения изгибаемых образцов, изготовленных по методике крупнопористого бетона. Исследования проводились на стандартных образцах размером 40x40x160 мм с основной крупнопористой структурой, полученной из гранитного щебня с полимерным связующим, и дополнительной двухсторонней комбинированной пропиткой (полимерной с растянутой стороны и цементной в сжатой зоне).

При выборе материала для пропитки исходили из следующих предположений: композиты могут применяться в условиях воздействия агрессивных сред, материал пропитки должен обеспечивать хорошее сцепление с рабочей арматурой и надежную работу при изгибе изделия. Учитывая, что материал растянутой зоны должен защищать композит и арматуру от воздействия агрессивной среды, иметь хорошую растяжимость и не допускать выдергивания стержней арматуры, материалом для нее выбран состав на основе эпоксидной смолы. Цементная пропитка верхних слоев обеспечивает хорошую сопротивляемость сжимающим усилиям и, что немаловажно, обходится гораздо дешевле эпоксидного состава. В растянутой зоне в дополнение к полимерной составляющей размещалась стальная арматура.

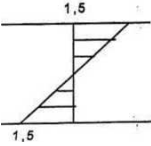
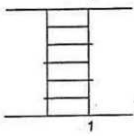
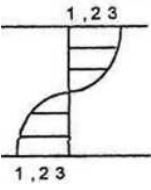
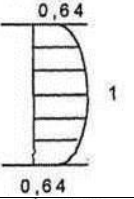
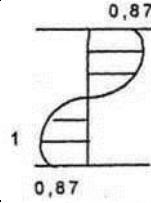
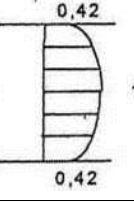
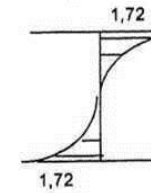
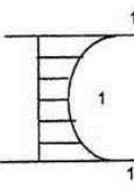
В результате пропитки упругие характеристики изменяются по высоте элемента и зависят, в основном, от двух факторов: свойств материалов, составляющих определенный слой конструкции, и их объемного содержания. Например, модуль упругости $E_{км}$ композиционного материала можно оценить по следующей формуле:

$$E_{км} = E_1\gamma_1 + E_2\gamma_2$$

где E_1, E_2 – модули упругости основной структуры и пропитки соответственно; γ_1, γ_2 – их объемное содержание.

Таблица 1

Изменение несущей способности изгибаемых элементов для возможных вариантов распределение модуля упругости при соответствующем напряженном состоянии

№п/п	Характер распределения функции $f(\eta)$	Эпюра распределения σ	Эпюра распределения E/E_0	Коэффициент причнения
1	η			1
2	$\sin \frac{\pi}{2} \eta$			1,22
3	$\sin \frac{2}{3} \pi \eta$			1,42
4	$\left. \begin{matrix} e^\eta - 1 \\ 1 - e^{-\eta} \end{matrix} \right\}$			1,5

Проведенные испытания крупнопористых образцов позволили оценить изменение упруго-прочностных характеристик по сечению образца в зависимости от свойств материалов и наполнения пустот базовой структуры. При постоянном модуле упругости E_1 модуль упругости пропитки E_2 зависит от вида пропиточного состава и степени заполнения пустот (рис. 2).

Таким образом, с учетом арматуры формула для оценки модуля упругости материала в растянутой зоне элемента будет выглядеть следующим образом:

$$E = E_1\gamma_1 + E_2\gamma_2 + E_s\gamma_s$$

где E_s , γ_s – модуль упругости арматуры и ее объемное содержание соответственно.

На примере образцов с крупнопористой структурой оценивалась эффективность применения метода расчета распределения свойств при заданном напряженном состоянии. В результате испытаний на изгиб крупнопористого композита были определены относительные деформации слоев материала. При известном модуле упругости на сжатой и растянутой гранях мы получаем представление о напряженном состоянии изгибаемого элемента. Опытным путем определены напряжения в характерных точках сечения.

Используя предварительные экспериментальные данные, имеем возможность задать функцию распределения напряжений, аппроксимируемую кривой показательной функции

$$f(\eta) = e^\eta - 1$$

Так, для случая с неармированным образцом имеем следующую функцию распределения напряжения:

$$f(\eta) = \begin{cases} e^{0.75(\eta-0.1)} \\ 1 - e^{(0.1-\eta)} \end{cases}$$

Подбирая последовательно функцию $f(\eta)$ для каждого типа образцов, мы задаемся распределением нормальных напряжений по высоте поперечного сечения. Затем по формуле

$$E = C \frac{f(\eta)}{\eta}$$

определяем необходимое изменение модуля упругости по сечению. Данное распределение обеспечивает напряженно-деформированное состояние, которое описывается выбранной нами функцией.

Полученную кривую (линия 2 на рис. 2) распределения модуля упругости по высоте сечения неармированного образца сравниваем с опытными данными (линия 1 на рис. 2). Разница результатов находится в допустимой погрешности, и зависит, вероятно, от не совсем точного описания истинной кривой изменения по сечению величины напряжений.

Повышение несущей способности (по сравнению с крупнопористым элементом с пустотами, заполненными цементом) при расчете по приведенным выше формулам составило 1,53 раза; по экспериментальным данным – в 1,54 раза.

На основании аналитических выражений изгибаемых моментов запроектирована несущая способность образцов с различным армированием.

В процессе испытаний образцов на изгиб установлены следующие величины максимальных изгибающих моментов: для неармированных образцов – 32,52 кН×м; для

изделий с одним арматурным стержнем диаметром 3мм – 41 кН×м; для балок с двумя стержнями – 56,4 кН×м; для образцов с тремя стержнями — 66 кН×м. При вычислениях получены, соответственно, следующие значения моментов: 39,2; 43,1; 47,8 и 59,4 кН×м.

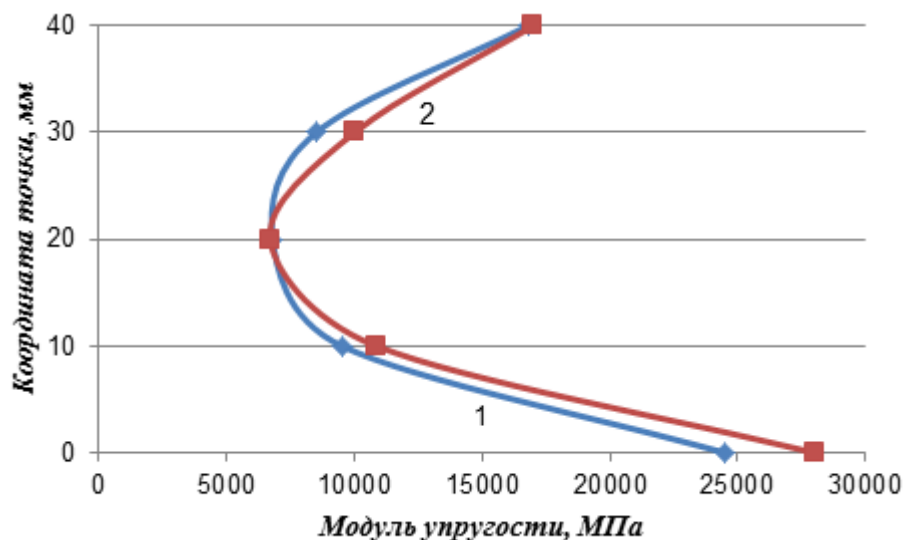


Рис. 2. Изменение модуля упругости по высоте сечения неармированного образца:
1 – опытные данные, 2 – по результатам вычислений

Таким образом, при проектировании элементов с заданным распределением напряжений, мы можем добиваться увеличения несущей способности элементов, эффективнее использовать их упруго-прочностные характеристики, что приводит к более рациональному применению этих материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колчин Б. Г. Плоские задачи теории упругости неоднородных тел. – Кишинев: Штиинца, 1977. – 129 с.
2. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.
3. Ржаницын А. Р. Строительная механика. – М.: Высш. шк., 1991. – 440 с.
4. Селяев В. П., Карташов В. А., Клементьев В. Д., Лазарев А. Л. Функционально-градиентные композиционные строительные материалы и конструкции. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2005. – 160 с.